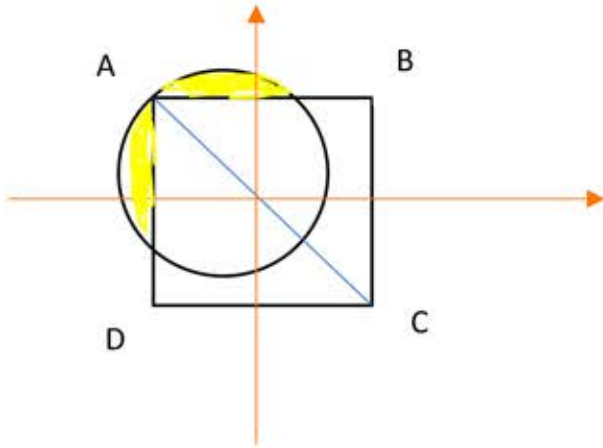


Quesito 1



Il quadrato ha come coordinate $A(-1,+1)$; $B(+1,+1)$; $C(+1,-1)$; $D(-1,-1)$

L'area del quadrato è pari a 2.

Il centro del cerchio sta sulla diagonale, quindi sta sulla retta $y=-x$ e il cerchio passa per il vertice $(-1,+1)$. Se pongo il centro come $D(t,-t)$ ho che la distanza tra D e A (che è un punto appartenente al cerchio) deve essere pari al raggio, fornito nei dati.

Ricordando la formula per la distanza tra due punti:

$$r = \frac{2}{3} = \sqrt{(-1 - x_D)^2 + (1 + x_D)^2}$$

Da cui ottengo $x_D = -1 + \frac{\sqrt{2}}{3}$

Quindi le coordinate del centro D sono $D\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{3}; 1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

La distanza d dal centro vale in modulo circa $1 - x_D \approx 0,471$

Se un cerchio di raggio r viene tagliato da una retta a distanza d dal centro, l'area del segmento escluso (che nel disegno è riportata in giallo) risulta:

$$A_{esclusione} = r^2 \arccos\left(\frac{d}{r}\right) - d\sqrt{r^2 - d^2} \approx 0,127$$

Avendone due, raddoppiamo questo valore e otteniamo $A_{esclusione_{totale}} = 0,254$

L'area del cerchio tutta è $A_{cerchio_{completo}} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{2}{3}\right)^2 \approx 1,396$

Quindi l'area del quadrato che riesco a coprire è

$$A_{coperta} = A_{cerchio_{completo}} - A_{esclusione_{totale}} = 1,396 - 0,254 = 1,142$$

Essendo la metà dell'area del cerchio esattamente 1, riesco a coprire più di metà cerchio; dunque, nel dibattito, ha ragione Cecilia.